

ANÁLISIS DEL CONCEPTO DE INFINITO



Joaquín González Álvarez

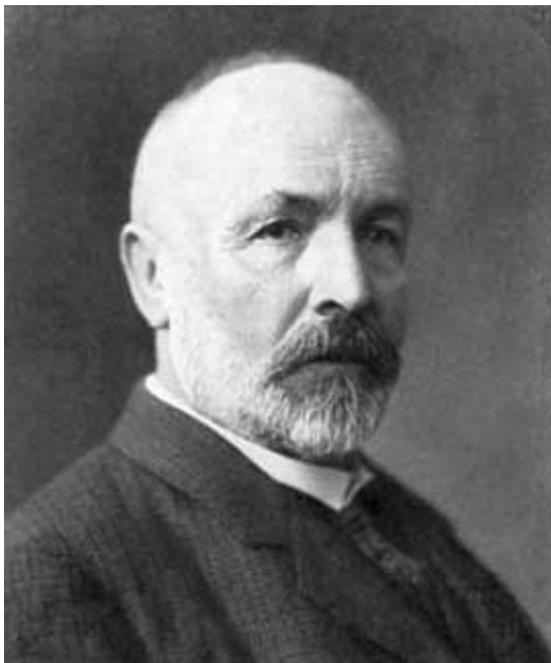


L.E.J. Brouwer (1881-1966)

El término infinito es utilizado en el lenguaje corriente con distintos aunque concordantes significados, el más común como sinónimo de muy grande aunque, también de acuerdo a su etimología como lo que no tiene final, y con esta acepción lo utilizaremos en el presente trabajo. Un ejemplo de conjunto infinito es el de los números naturales 1, 2, 3...el cual no tiene final pues a cualquier n de éstos "intuimos" le seguirá un $n+1$. Lo intuimos pero no podemos "construirlo" esto es, no lo podemos percibir en su "actual" totalidad, y he aquí que estamos ante algo de índole ontológico que será fundamental en el presente trabajo, pues el matemático holandés L. Brouwer plantea en su corriente filosófica del Intuicionismo, la tesis de que un conjunto infinito que no puede ser construido no es un infinito actual o real, y se considera un infinito potencial o platónico como el citado de los números naturales el cual posee realidad aunque sólo podamos intuir.

Antes de seguir adelante debemos referirnos al concepto abstracto de número natural para lo cual comenzaremos por presentar el de relación biyectiva entre conjuntos, Dos conjuntos tienen relación biyectiva o relación uno a uno, si a cada elemento de uno de ellos le corresponde uno y sólo uno del otro sin que queden elementos sin relacionar. Y precisamente el concepto abstracto de número natural expresa que es el ente abstracto común a los conjuntos con relación uno a uno o biyectiva. El número de elementos de un conjunto se denomina cardinalidad del mismo. Así la cardinalidad del conjunto de lados de un pentágono es cinco. La definición de número natural pudiera ser que es el ente común a conjuntos de la misma cardinalidad. Vistas todas estas posibilidades preguntamos ¿cuál es el ente común a los enanitos de Blanca Nieves, a los días de la semana y a las letras del nombre Joaquín?, obvia respuesta, el número natural 7, ¿porqué?, son dos las respuestas,

a) porque existe relación biyectiva entre los tres conjuntos, b) por tener los tres conjuntos la misma cardinalidad. El lógico G. Frege llamó volumen del concepto a la cardinalidad por lo cual su respuesta habría sido, por tener el mismo volumen del concepto 7. Como detalle interesante el filósofo Husserl mantuvo que el humano no necesitó aprender el concepto de número natural sino que lo concibió espontáneamente partiendo de percibir colectividades como diferentes a individuos, lo que hoy conocemos como conjuntos y elementos. Pero lo que venimos analizando es el concepto de Infinito y cabe preguntar por la cardinalidad de un infinito potencial como el de los números naturales. Se habrá notado que la Teoría de los Conjuntos de G. Cantor es la base fundamental del concepto de infinito y de la misma vamos a referirnos al concepto de subconjunto que no obstante su simpleza, es muy importante. En el conjunto por ejemplo, de los habitantes de un país no todos son nativos del mismo por lo cual el conjunto de éstos es un subconjunto del total y la cardinalidad de los nativos es menor que la de la totalidad, En el conjunto de los números naturales no todos son pares por lo cual los pares constituyen un subconjunto de los naturales. ¿Qué relación habrá entre sus cardinalidades?. Pues ambos tendrán la misma cardinalidad ya que a cada número natural le corresponde su valor multiplicado por dos y al ser ambos conjuntos infinitos nos hallamos ante el *Número Cardinal Transfinito* el cual se representa por la letra hebrea Aleph. El interesante a la vez que muy importante concepto del Aleph, su trascendencia ha pasado a la literatura siendo el mejor ejemplo de tratamiento riguroso científico y filosófico el dado por el gran escritor argentino Jorge Luis Borges en su enciclopédica narración El Aleph.



Georg Cantor (1845-1918)

Lo visto sobre la igual cardinalidad de un conjunto infinito con un subconjunto del mismo, da pie para una definición de conjunto infinito: "Un conjunto es infinito si presenta la misma cardinalidad con cualquiera de sus subconjuntos". Un curioso e ilustrativo ejemplo del infinito se debe al filósofo y matemático norteamericano Royce en el cual imagina un mapa de Inglaterra dibujado en la superficie de un terreno en ese país. Si el dibujo es perfecto, en ese mapa aparecerá en el terreno el mapa de Inglaterra, y en ese mapa se repetirá el dibujo y así intuimos ocurrirá infinitamente. El intuicionista Brouwer diría que ese infinito es potencial o platónico.

El Intuicionismo no reconoce para los conjuntos infinitos la validez del principio lógico clásico del tercero excluido.

El concepto cardinal transfinito propuesto por Cantor fue objeto de enconadas críticas de personalidades como L. Kronecker quien fuera profesor de Cantor, cuyos ataques motivaron la caída en profunda depresión en el que fuera su discípulo, sufrida hasta su fallecimiento.

Otro implacable crítico lo fue H. Poincaré quien llegó a expresar que el cardinal transfinito era una enfermedad transmisible.

La cardinalidad de un conjunto no depende del orden en que se dispongan sus elementos. En los conjuntos ordenados hay que utilizar los números ordinales primero, segundo, etc. Los cuales para conjuntos infinitos obviamente no habrá un último elemento. Sin embargo Cantor de profundo arraigo religioso concibió el infinito absoluto con un último ordinal el cual identificó con Dios y representó con la letra griega omega mayúscula.

No obstante vicisitudes, la genial obra de Georg Cantor se mantiene como un monumento con toda la validez que ha permitido la exitosa edificación de la matemática moderna.

Joaquín González Álvarez